

## Plánované experimenty - Návrh

Menu:	QCExpert	Plánované experimenty	Návrh: Plný faktor, Frac. faktor
-------	----------	-----------------------	----------------------------------

Tento modul umožňuje navrhnout dvouúrovňový vícefaktoriální ortogonální plán typu  $2^{n-k}$  a následně provést jeho analýzu. Modul *Plánované experimenty* má dvě části, které na sebe navazují – *Návrh* a *Analýza*. Analýza navrženého experimentu je popsána v následující kapitole 0. Návrh předchází analýze, jeho cílem je navrhnout nastavení kombinace úrovní faktorů experimentu tak, aby se experimentem získalo maximum informace s malými náklady. Počet faktorů v experimentu je označen  $n$ , faktory nabývají dvou úrovní. Tyto úrovně jsou označeny čísly  $-1$  a  $1$ . Mohou to být dvě zvolené hodnoty spojitě veličiny (např. nízká/vysoká teplota), nebo dvě úrovně nespojitě veličiny, či nečíselného faktoru, například: s chlazením/bez chlazení, den/noc, muž/žena, a podobně. Na pořadí přiřazení hodnoty  $-1$  nebo  $+1$  úrovním faktoru obecně nezáleží. Uživatel zadá počet faktorů  $n$ , případně frakci plného plánu  $k$ , případně ještě počet opakování každého experimentu  $m$ . Modul *Návrh* vytvoří podle zadání v datovém listu matici, která obsahuje plán nastavení kombinací parametrů, každý řádek představuje jeden experiment. Počet řádků je roven  $m2^{n-k}$ . Faktory jsou označeny písmeny  $A, B, C, \dots$ . K plánu jsou přidány ještě dva sloupce: pořadí a opakování, které informují o pořadovém čísle experimentu a pořadovém čísle opakování téhož experimentu. Do prázdného sloupce *Odezva* se následně zapíše výsledky experimentů, které se pak spolu s maticí plánu vyhodnotí modulem *Plánované experimenty – Analýza*. Výsledkem jsou koeficienty a statistická analýza regresního modelu obsahujícího všechny kombinace součinů prvních mocnin faktorů. Koeficienty u samotných faktorů  $A, B, \dots$  odpovídají hlavním efektům, koeficienty u součinů faktorů odpovídají interakcím prvního a vyššího řádu. (*Poznámka*: interakce dvou faktorů  $A, B$  znamená, že faktor  $A$  ovlivňuje odezvu jinak (často až opačně), je-li faktor  $B$  na nízké úrovni a jinak je-li  $B$  na vysoké úrovni.)

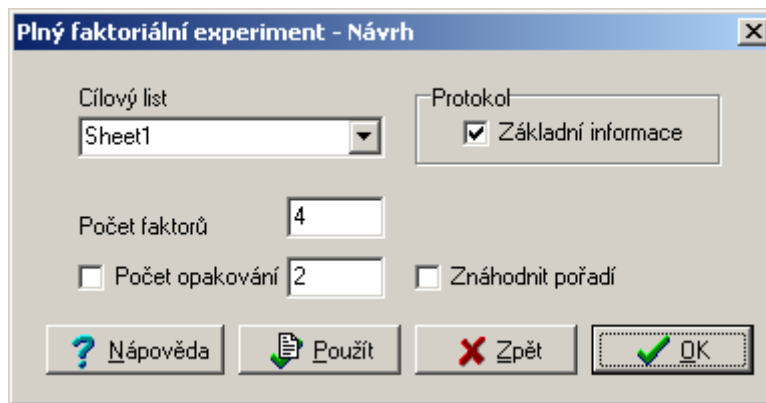
$$Y = a_0 + \sum a_i \text{comb}(A, B, C \dots),$$

tedy například model pro 3 faktory:

$$Y = a_0 + a_1A + a_2B + a_3C + a_4AB + a_5AC + a_6BC + a_7ABC$$

### Data a parametry

*Plný faktoriální experiment* – vytvoří matici plánu pro všechny kombinace ze zadaného počtu faktorů  $n$ , těchto kombinací je  $2^n$ . Je proto tento typ plánu vhodný pouze pro malé počty faktorů. V dialogovém okně (Obrázek 1) se vybere datový list, do něhož se plán uloží. **POZOR**, původní obsah vybraného listu se vymaže, je proto vhodné předem vytvořit prázdný datový list (menu: *Formát – List – Přidat*). Zadá se počet faktorů a počet opakování. Není-li zaškrtnuto políčko *Počet opakování*, zadané číslo počtu opakování se ignoruje. Je-li zaškrtnuto políčko *Protokol: Základní informace*, zapíše se do protokolu popis generovaného plánu. Zaškrtneme-li políčko *Znáhodnit pořadí*, čísla ve sloupci *Pořadí* se znáhodní a experimenty by se pak měly provádět podle tohoto pořadového čísla.



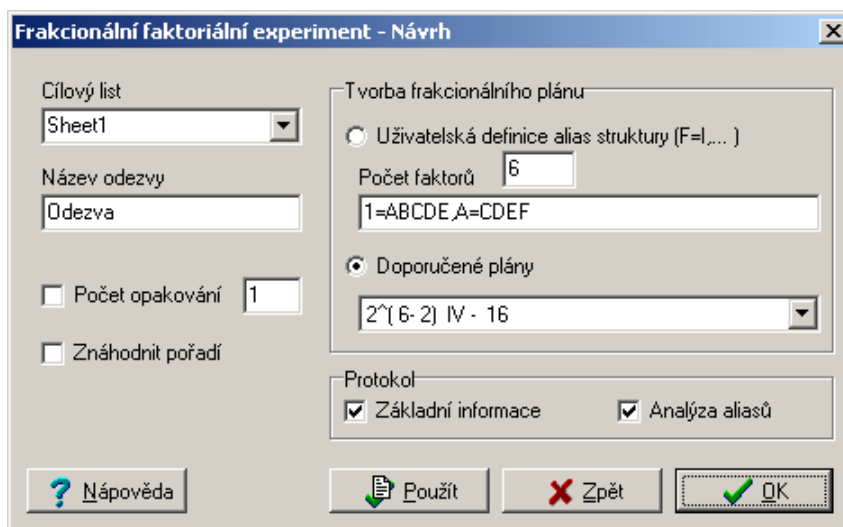
Obrázek 1 Dialogové okno pro Plný faktoriální plán - Návrh

To má význam především tehdy, může-li uspořádané pořadí ovlivnit, nebo znehodnotit výsledek experimentů, například proto, že faktor A je příliš dlouho na jedné úrovni. Pro lepší orientaci při provádění experimentů lze celou tabulku seřadit podle sloupce Pořadí. To učiníme tak, že celou tabulku označíme myší a pomocí menu: *Úpravy – Třídít* seřídíme podle prvního sloupce (v políčku *Popis klíče* musí být „A1“). Po stisku tlačítka *OK*, nebo *Použít* se plán vygeneruje.

*Fracionální faktoriální experiment* – Aby se daly plány použít i pro více faktorů, je žádoucí výrazně zredukovat počet experimentů. To umožňují krácené, neboli fracionální faktoriální plány, kdy vybíráme jen některé řádky z původního plného faktoriálního plánu. Aby byly zachovány optimální vlastnosti plánu (například ortogonalita a vyváženost), je nutno vybrat vždy jen určité řádky. Modul vytvoří matici plánu pro zadanou frakci (zlomek) všech kombinací ze zadaného počtu faktorů  $n$ . Tento zlomek je definován číslem  $k$  a má tvar  $2^{-k}$ , takže při  $k=1$  vybereme polovinu řádků původního plného plánu, při  $k=2$  čtvrtinu, při  $k=3$  osminu, atd. Výsledný počet kombinací je tedy  $2^{n-k}$ . Tento typ plánu lze použít až do počtu  $n=15$  faktorů. Výběr řádků do fracionálního plánu lze určit buď ručně pomocí definujících vztahů, které určují alias strukturu plánu, nebo vybrat vhodný plán z 29 předdefinovaných doporučených plánů. U doporučených plánů je zajištěno maximální možné rozlišení (resolution). Alias struktura je cenou za snížení počtu řádků v plánu, tedy snížení počtu experimentů. Ve fracionálních plánech nelze proto určit všechny koeficienty regresního modelu, lze vypočítat pouze společné koeficienty, které jsou součtem dvojice, čtveřice, osmice, atd. původních koeficientů. Toto sdružování koeficientů se nazývá aliasing. Protože při analýze jde především o určení hlavních efektů samotných faktorů, případně interakcí prvního řádu, a navíc se obvykle předpokládá, že interakce vyšších řádů jsou malé, je obecně snahou sdružovat hlavních efektů s co nejvyššími interakcemi. Tuto podmínku splňují doporučené plány. Je-li známa požadovaná alias struktura, je možné uživatelské zadání plánu pomocí definujícího vztahu ve tvaru  $ABC = XYZ$ , kde písmena znamenají součiny faktorů. Řádky, v nichž jsou všechny rovnosti splněny se vybírají do fracionálního plánu. Počet zapsaných definujících vztahů v řádku je roven  $k$ . Použitá písmena musí odpovídat faktorům, tedy v případě 7 faktorů je nevyšší písmeno G. Ručně zadaný plán by mohl být například:  $F=ABCD$ ,  $G=ABDE$ , nebo  $BC=ADF$ ,  $CE=FG$  (tyto dvě dvojice jsou mimochodem ekvivalentní). Vztahy musí být odděleny čárkou. Jednotku je možno zadat jako číslici 1, například:  $1=ABCD$ . Je třeba mít na paměti, že definující vztah implikuje řadu dalších vztahů, z nichž některé mohou být nežádoucí, je tedy nutno nutno požívat pouze známé, „bezpečné“ vztahy. Například zadáme-li pro 4 faktory A, B, C, D definující vztah  $A = ABD$ , vyjde nám alias  $A=D$  a plán je tím nepoužitelný. Není-li znám definující vztah, lze použít doporučené plány pro 2 až 15 faktorů. V seznamu je uveden typ plánu, rozlišení a počet experimentů, např.  $2^{(6-2)} IV - 16$ , tedy  $2^{6-2}$ , což znamená plán se 6 faktory zkrácený na  $2^{-2}$ , tedy na čtvrtinu s rozlišením IV a počtem experimentů 16. Postup zadání plánu je obdobný jako v případě plného faktoriálního plánu.

V dialogovém okně (Obrázek 2) se vybere datový list, do něhož se plán bude ukládat. **POZOR**, původní obsah vybraného listu se vymaže, je proto vhodné předem vytvořit prázdný datový list (menu:

*Formát – List – Přidat*). Je možné zadat název sloupce odezvy a počet opakování. Není-li zaškrtnuto políčko *Počet opakování*, zadané číslo počtu opakování se ignoruje. Zaškrtně-li se políčko *Protokol: Základní informace*, запиše se do protokolu popis generovaného plánu, zaškrtnutím políčka *Analýza aliasů* se do protokolu запиše rovněž tabulka alias struktury. Zaškrtneme-li políčko *Znáhodnit pořadí*, čísla ve sloupci *Pořadí* se znáhodní a experimenty by se pak měly provádět podle tohoto pořadového čísla. To má význam především tehdy, může-li uspořádané pořadí ovlivnit, nebo znehodnotit výsledek experimentů, například proto, že faktor A je příliš dlouho na jedné úrovni. Pro lepší orientaci při provádění experimentů lze celou tabulku seřadit podle sloupce *Pořadí*. To učiníme tak, že celou tabulku označíme myší a pomocí menu: *Úpravy – Třídít* seřadíme podle prvního sloupce (v políčku *Popis klíče* musí být „AI“). Ve skupině *Tvorba frakcionálního plánu* se určí vlastní plán buď pomocí uživatelské definice alias struktury, nebo se vybere jeden z 29 doporučených plánů. Přehled plánů uvádí Tabulka 1. Pokud je zvolena uživatelská definice, musí být zadán počet faktorů a definovány vztahy pro výběr řádků plánu, jak bylo popsáno výše. Po stisku tlačítka *OK*, nebo *Použít* se plán vygeneruje.



**Obrázek 2** Dialogové okno pro Frakcionální faktoriální plán - Návrh

**Tabulka 1** Doporučené frakcionální faktoriální plány

Pořadové číslo	Typ plánu	Frakce	Rozlišení	Počet experimentů
1	$2^{3-1}$	3-1	III	4
2	$2^{4-1}$	4-1	IV	8
3	$2^{5-1}$	5-1	V	16
4	$2^{5-2}$	5-2	III	8
5	$2^{6-1}$	6-1	VI	32
6	$2^{6-2}$	6-2	IV	16
7	$2^{6-3}$	6-3	III	8
8	$2^{7-1}$	7-1	VII	64
9	$2^{7-2}$	7-2	IV	32
10	$2^{7-3}$	7-3	IV	16
11	$2^{7-4}$	7-4	III	8
12	$2^{8-2}$	8-2	V	64
13	$2^{8-3}$	8-3	IV	32
14	$2^{8-4}$	8-4	IV	16
15	$2^{9-2}$	9-2	VI	128
16	$2^{9-3}$	9-3	IV	64
17	$2^{9-4}$	9-4	IV	32
18	$2^{9-5}$	9-5	III	16

19	$2^{10-3}$	10-3	V	128
20	$2^{10-4}$	10-4	IV	64
21	$2^{10-5}$	10-5	IV	32
22	$2^{10-6}$	10-6	III	16
23	$2^{11-5}$	11-5	IV	64
24	$2^{11-6}$	11-6	IV	32
25	$2^{11-7}$	11-7	III	16
26	$2^{12-8}$	12-8	III	16
27	$2^{13-9}$	13-9	III	16
28	$2^{14-10}$	14-10	III	16
29	$2^{15-11}$	15-11	III	16

**Tabulka 2 Příklad frakcionálního faktoriálního plánu s dvěma opakováními každého experimentu a definujícím vztahem  $C = AB$**

Pořadí	Opakování	A	B	C	Odezva
1	1	-1	-1	1	
2	2	-1	-1	1	
3	1	-1	1	-1	
4	2	-1	1	-1	
5	1	1	-1	-1	
6	2	1	-1	-1	
7	1	1	1	1	
8	2	1	1	1	

## Protokol

Typ plánu	Faktoriální, úplný $2^n$ nebo Faktoriální, frakcionální $2^{(n-k)}$ podle volby metody.
Definice plánu	Pouze u frakcionálního plánu, definující vztahy pro výběr, například: E = ABC F = BCD
Charakteristika plánu	Pouze u frakcionálního plánu $2^{(n-k)}$ , rozlišení plánu římskou číslicí, počet rozdílných experimentů (nebereme-li v úvahu opakování). Například „ $2^{(3-1)} III - 4$ “ znamená 2-úrovňové faktory, 3 faktory v plánu, poloviční frakce plného plánu, rozlišení plánu III, 4 různá nastavení faktorů.
Počet faktorů	Počet faktorů
Počet opakování	Počet opakování
Počet experimentů	Počet rozdílných experimentů
Analýza alias-struktury	Kompletní výpis všech aliasů, tedy shodných kombinací faktorů, jejichž vliv nebude možné rozlišit. Shodné aliasy jsou vždy na jednom řádku. Takže je-li v řádku například: „B AD CDE ABCE“, znamená to, že efekt faktoru „B“ bude v sobě zahrnovat rovněž efekty interakcí AD, CDE a ABCE. Mezi těmito aliasy budou samozřejmě i použité definující vztahy, ale také všechny další, které z definujících vztahů vyplývají. Je zcela nevhodné, jsou-li ekvivalence mezi samotnými faktory, jako $A = C$ . Jednička „1“ představuje hodnotu 1 a odpovídá absolutnímu členu v regresním modelu, viz výše.

## Grafy

Tento modul nevytváří grafy.

## Plánované experimenty - Analýza

Menu:	QCExpert	Plánované experimenty	Analýza ...
-------	----------	-----------------------	-------------

Modul *Plánované experimenty – Analýza* je určen pro analýzu výsledků frakcionálních i plných faktoriálních plánovaných experimentů  $2^n$  a  $2^{n-k}$ , jejichž plány byly vytvořeny modulem *Plánované experimenty – Návrh*. Ve sloupci *Odezva* musí být zapsány všechny výsledky experimentů provedených za podmínek určených plánem. V každém řádku plánu musí být vždy jedna hodnota odezvy. Odezva je číselná hodnota, nejsou přípustné hodnoty kvalitativní. Výsledky analýzy umožňují posouzení, zda některé faktory, nebo jejich interakce, mají vliv na pozorovanou odezvu. Jedná se v podstatě o zobecnění dvoufaktorové ANOVA na více faktorů, avšak s omezením pouze na dvě úrovně faktoru.

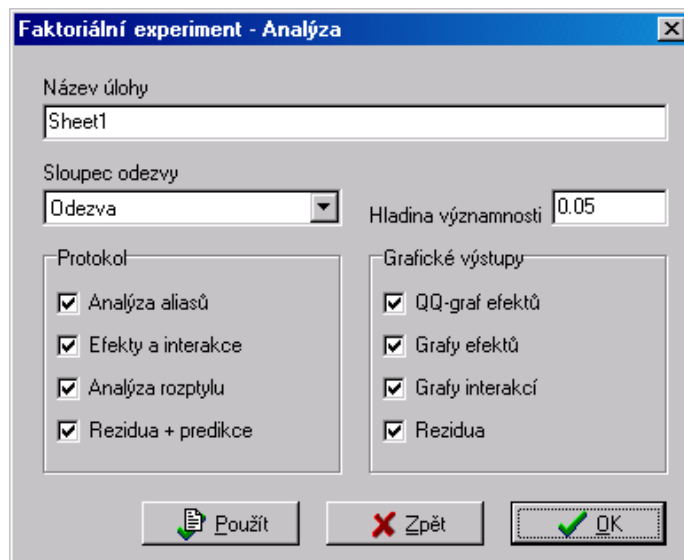
### Data a parametry

Příklad dat pro analýzu experimentu uvádí Tabulka 3. Kromě sloupce *Odezva* pocházejí všechny hodnoty v datové tabulce z modulu *Plánované experimenty – Návrh* (kap. 0). Do řádků ve sloupci *Odezva* byly zapsány výsledky experimentů provedených za podmínek určených hodnotami faktorů A, B, C,...

**Tabulka 3 Příklad dat z provedeného faktoriálního experimentu  $2^{5-2}$  s 5 faktory a 2 opakováními**

Pořadí	Opakování	A	B	C	D	E	Odezva
1	1	-1	-1	-1	1	1	14.6
2	2	-1	-1	-1	1	1	14.5
3	1	-1	-1	1	1	-1	13.6
4	2	-1	-1	1	1	-1	13.6
5	1	-1	1	-1	-1	1	15.1
6	2	-1	1	-1	-1	1	14.7
7	1	-1	1	1	-1	-1	13.2
8	2	-1	1	1	-1	-1	13.3
9	1	1	-1	-1	-1	-1	16.4
10	2	1	-1	-1	-1	-1	16.4
11	1	1	-1	1	-1	1	15.3
12	2	1	-1	1	-1	1	15.1
13	1	1	1	-1	1	-1	14.7
14	2	1	1	-1	1	-1	14.6
15	1	1	1	1	1	1	17.1
16	2	1	1	1	1	1	16.7

V dialogovém okně *Faktoriální experiment – Analýza* se vybere sloupec odezvy. Dále lze vybrat odstavce, které chceme zahrnout do protokolu a grafické výstupy.



Obrázek 3 Dialogové okno modulu Faktoriální plány – Analýza

Hlavním cílem analýzy plánovaného experimentu je určit, které z faktorů a interakcí mají výrazný vliv na výsledek experimentu. K tomu účelu slouží výstupy v protokolu a grafy. Pokud provádíme faktoriální experiment bez opakování, jsou všechna měření využita k výpočtu efektů a nezůstává již žádná informace pro odhad chyby měření (počet stupňů volnosti je nula). Proto v tomto případě nelze vypočítat standardní statistiky. Pro posouzení významnosti se zde využívá faktu, že pokud jsou všechny faktory i interakce nevýznamné, mají jejich efekty normální rozdělení. Pokud se některý efekt vymyká normálnímu rozdělení, ukazuje to na jeho významnost. K tomu slouží především QQ graf efektů. Pro plány s opakováním jsou k dispozici i směrodatné odchylky. Chceme-li zanedbat všechny interakce, nebo jsou-li všechny interakce nulové, lze s výhodou použít lineární regrese, kde zadáme jako nezávisle proměnné faktory A, B, C, ... a jako závisle proměnnou sloupec odezvy.

## Protokol

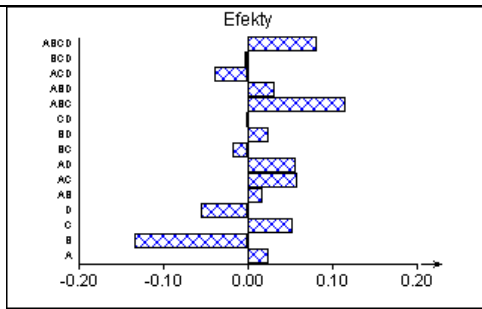
Analýza plánovaného experimentu	
Typ plánu	Faktoriální, frakcionální, nebo plný plán. U frakcionálního plánu je uveden typ ve tvaru $2^{(N-K)}$ , např. $2^{(5-2)}$ .
Definice plánu	Definující vztahy frakcionálního plánu, např. D = AB E = AC
Charakteristika plánu	Obsahuje definici plánu ve tvaru $2^{(N-K)}$ , rozlišení plánu římskou číslicí a počet experimentů bez opakování, např. $2^{(5-2)}$ III - 8
Počet faktorů	Počet faktorů v plánu.
Počet opakování	Zadaný počet opakování.
Počet experimentů	Celkový počet experimentů.
Analýza alias-struktury	V jednotlivých řádcích tohoto odstavce jsou faktory a interakce, jejichž efekty nelze od sebe rozlišit. Ačkoliv v odstavci <i>Hodnoty hlavních efektů a interakcí</i> se uvádí pouze jeden faktor, či interakce, hodnota efektu je výsledkem působení všech členů všech prvků uvedených v řádku alias struktury, například řádek: B, ACE, AFG, CDF, DEG, ABCDG, ABDEF

	znamená, že efekt u faktoru $B$ je skutečným efektem faktoru $B$ jen tehdy, jsou-li vlivy všech ostatních jmenovaných interakcí nulové (což je samozřejmě možné).
Hodnoty hlavních efektů a interakcí Faktor, Interakce Efekt	Vypočítané hodnoty efektů. Název faktoru, nebo interakce faktorů. Odhady efektů a absolutního členu. Je-li příslušný faktor nebo interakce na nízké úrovni, efekt se neprojeví, je-li na vysoké úrovni, efekt se projeví. Odpovídá hodnotám faktorů a interakcí 0 a 1, viz níže grafy efektů a interakcí.
Koeficient	Odhady regresních koeficientů odpovídajícího regresního modelu. Tyto hodnoty jsou až na absolutní člen poloviční proti efektu, odpovídají hodnotám faktorů a interakcí -1 a 1, viz níže grafy efektů a interakcí.
Sm.Odch.	Směrodatné odchylky odhadu regresních koeficientů se počítají pouze při opakování měření, jinak tyto směrodatné odchylky nejsou k dispozici, pak jsou uvedeny nuly.
Analýza rozptylu Zdroj Celkem Vysvětleno modelem Reziduální	Tabulka analýzy rozptylu. Zdroj variability. Celková variabilita odezvy. Variabilita vysvětlená modelem. Reziduální variabilita nevysvětlená modelem (tato variabilita vyjde nenulová pouze u plánů s opakováním).
Vliv na rozptyl	
Rezidua a predikce	Tabulka predikovaných výsledků a reziduí. Tato tabulka má opět význam pouze u plánů s opakováním.
Odezva Predikce Reziduum	Naměřená odezva. Predikovaná odezva. Reziduum (rozdíl naměřené a predikované odezvy).

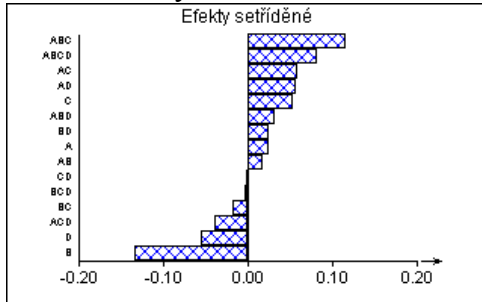
## Grafy

### Graf efektů

Graf absolutních velikostí efektů seříděných podle řádu interakce a abecedy. Největší hodnoty mohou znamenat významný vliv příslušného faktoru či interakce na výsledek měření. Graf je nutno posuzovat v souvislosti s QQ-grafem efektů.

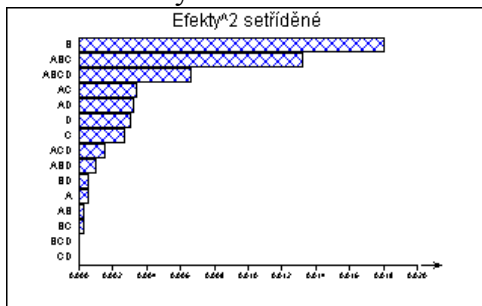


Graf setříděných efektů



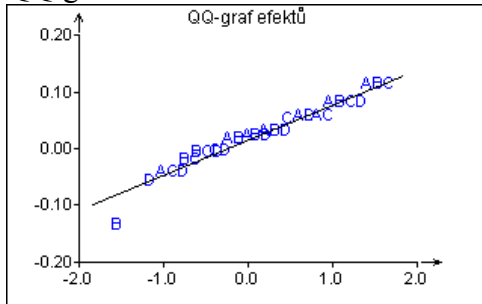
Graf absolutních velikostí efektů setříděných podle velikosti. Největší hodnoty mohou znamenat významný vliv příslušného faktoru či interakce na výsledek měření. Graf je nutno posuzovat v souvislosti s QQ-grafem efektů.

Graf setříděných čtverců efektů



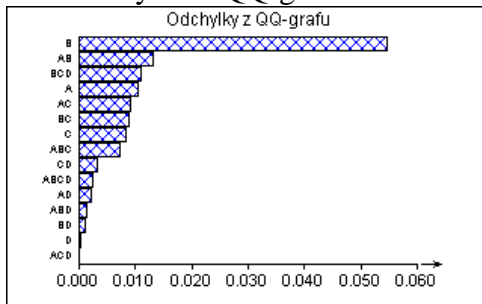
Graf čtverců efektů setříděných podle velikosti (bez ohledu na znaménko), největší hodnoty se zde projeví zřetelněji, než u předchozích grafů. Největší hodnoty mohou znamenat významný vliv příslušného faktoru či interakce na výsledek měření. Graf je nutno posuzovat v souvislosti s QQ-grafem efektů.

QQ-graf efektů



QQ-graf je základním nástrojem pro posouzení významnosti jednotlivých efektů v případě nulového počtu stupňů volnosti (tedy plán bez opakování), kdy nejsou informace o směrodatné odchylce. Vychází se z faktu, že jsou-li všechny efekty nulové a chyby mají normální měření, mají jejich odhady normální rozdělení. Pokud se některý z odhadnutých efektů vymyká normálnímu rozdělení, tedy neleží na přímce, považuje se tento efekt za významný. Na obrázku vlevo je to efekt faktoru B.

Graf odchylek v QQ-grafu

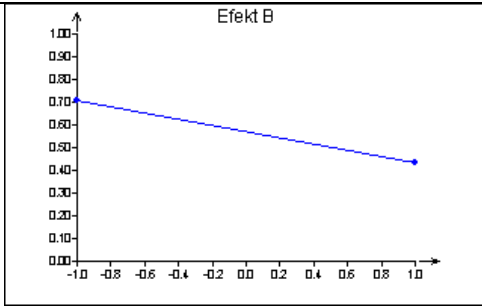


Odchylky od přímky v QQ grafu. Tento graf může být méně spolehlivý při malém počtu faktorů (<4). Výrazně vysoké hodnoty naznačují významné efekty.

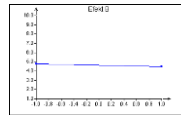
Grafy efektů

Graf průměrných hodnot odezvy při nízké a vysoké úrovni faktorů, případě interakcí pro všechny odhadované koeficienty. Čím výraznější je rozdíl mezi koncovými hodnotami úsečky, tím větší vliv faktoru. Rozdíl mezi koncovými hodnotami je číselně roven efektu, směrnice úsečky je číselně rovna regresnímu koeficientu. Měřítko na osách odezvy je stejné pro všechny grafy vlivu efektů, je

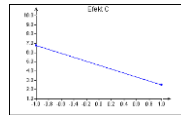




proto možné tyto grafy přímo porovnat.

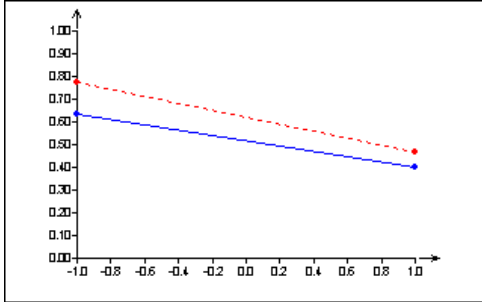


Příklad malého efektu.

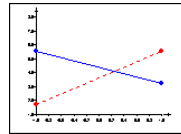


Příklad výrazného efektu.

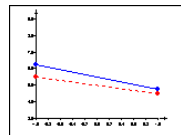
### Grafy interakcí



Grafy znázorňující chování jednoho faktoru při různých hodnotách jiného faktoru. Graf vždy vyjadřuje průměrné hodnoty odezvy při nízké (-1) a vysoké (1) úrovni faktoru v témže sloupci při různých úrovních (červená=vysoká, modrá=nízká) faktoru v témže řádku. Měřitko na osách odezvy je stejné pro všechny grafy vlivu efektů, je proto možné tyto grafy přímo porovnat. Mají-li úsečky výrazně odlišné směrnice, svědčí to o silné interakci příslušných faktorů.



Příklad výrazné interakce.



Příklad zanedbatelné interakce.